Sonderdruck aus
ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN
Band 285 Heft 3

Berlin, Humb.U., Nat.F.

Untersuchungen über SX Cassiopeiae. I

(Mitteilungen des Astrophysikalischen Observatoriums Potsdam Nr. 79)

Von O. GÜNTHER, Potsdam

Habilitation 10.11.1959.
Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen 1958 Oktober 17)

Beobachtungen des Verfassers werden mit den visuellen Beobachtungen von DUGAN zu einer visuellen Normallichtkurve vereinigt. Die verbesserte Periode ist 3^{d}56732, ein neues Normalminimum J. D. 243 3963^{d}281.
Es wird gezeigt, daß Bahnen von bewegten Gasmassen, die für ein vereinfachtes Modell von SX Cas berechnet wurden, weitgehend den spektrographischen Beobachtungen entsprechen.

I. Einleitung

Der Bedeckungsveränderliche SX Cas zeigt verschiedene Eigenarten, die auch bei anderen Systemen vorkommen, besonders ausgeprägt. Die visuelle und die photographische Lichtkurve unterscheiden sich neben der üblichen Verschiedenheit der Amplituden der Minima durch deutlich verschiedene Breite des Hauptminimums. Darauf hat besonders S. GAPOSCHKIN [1] aufmerksam gemacht. R. S. DUGAN [2] glaubte, aus seinen visuellen Beobachtungen auf ausgeprägte Elliptizität der Komponenten schließen zu müssen. Seine theoretische Lichtkurve gibt aber nur eine befriedigende Darstellung der Hälfte der beobachteten Lichtkurve mit dem Hauptminimum in der Mitte ([2], Fig. 1). Das beobachtete Nebenminimum ist wesentlich breiter als nach der theoretischen Lichtkurve zu erwarten wäre. Man kann also bei SX Cas weder die visuelle und die photographische Lichtkurve noch für eine Lichtkurve Haupt- und Nebenminimum gleichzeitig darstellen durch einheitliche nach den üblichen Regeln abgeleitete Systemkonstanten.

Nach den spektrographischen Beobachtungen von O. STRUVE [3] weist SX Cas eine starke Verzerrung der Radialgeschwindigkeitskurve, breite Emissionslinien und andere Charakteristika auf, die das Auftreten kräftiger Gasströme in diesem System anzeigen.

Die zitierten Arbeiten ([1]—[3]) enthalten umfangreiche Literaturhinweise. Auf eine nochmalige Zusammenstellung der älteren Beobachtungen kann also verzichtet werden. Aus den bisherigen photometrischen und spektrographischen Beobachtungen ist bekannt, daß die kleinere Hauptkomponente des Systems ein cA6e-Stern ist, der im Hauptminimum von der größeren gG6-Komponente total bedeckt wird. Im Nebenminimum wird die G-Komponente partiell bedeckt.

In diesem I. Teil der Untersuchungen über SX Cas werden neue photometrische Beobachtungen und berechnete Bahnen der bewegten Gasmassen mitgeteilt. Im II. Teil soll der Versuch unternommen werden, ein Modell des Systems SX Cas zu entwerfen, bei dem die oben genannten Eigenarten durch photometrische Wirkung der Gasmassen erklärt werden.

2. Die Aufnahmen

In der Zeit von 1951 Juli 29 bis 1954 November 24 wurden vom Verfasser Aufnahmen zur Ableitung einer Lichtkurve von SX Cas gemacht, und zwar mit dem photographischen Fernrohr der Sternwarte der Universität Münster. Frühere Untersuchungen [4] hatten ergeben, daß mit diesem Instrument bei Verwendung von Perutz-Peromnia-Platten ohne Filter Helligkeiten abgeleitet werden können, die praktisch im System der RHP liegen. Die Helligkeiten wurden gewonnen durch Einschätzen der Bildstärken in eine Skala am Blinkkomparator, der dafür mit einer Zusatzeinrichtung versehen worden war.

Tabelle 1. Vergleichsterne und Zusatzsterne

St	H	BD	m_{BD}	m_H	m_B	Z	BD	m_{BD}	m_H
a	a	+54° 8	$7^m.8$	$8^m.18$	$8^m.19$	1	+54°3091	$9^m.0$	$9^m.51$
b	b	54 10	8.5	8.45	8.44	2	54 3093	9.0	9.01
c	d	53 3	9.0	8.84	8.71	3	54 3115	8.8	8.81
d	—	53 3292	9.0	—	9.28	4	54 9	9.5	8.96
e	—	53 10	9.4	—	9.64	5	54 26	9.0	9.30
f	f	53 15	9.4	9.98	9.99	6	54 36	8.3	8.56

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN
7110/60

Tabelle 1 enthält die Vergleichsterne. Sie gibt unter St die gewählte Bezeichnung des Sterns, unter H die entsprechende Bezeichnung in der Harvard-Sequenz [5], dann die Nummer und Helligkeit in der BD, unter m_H die Helligkeit in der Harvard-Sequenz und unter m_B die angenommene Helligkeit. Die unter m_B aufgeführten Helligkeiten wurden gewonnen durch Anschlüsse an die gleichfalls in Tabelle 1 angegebenen Zusatzsterne, deren Helligkeiten m_H der RHP entnommen werden konnten, sowie durch eine Reihe von Polanschlüssen.

3. Vergleich mit der Skala von DUGAN

Die aus den Aufnahmen abgeleiteten Helligkeiten haben den Charakter von photovisuellen Helligkeiten. Es war also eine nahe Übereinstimmung der neuen Beobachtungen mit der visuellen Lichtkurve von DUGAN [2] zu erwarten. Nun zeigte sich aber, daß bei DUGAN die Amplituden beider Minima größer waren. Wären die effektiven Wellenlängen für die beiden Beobachtungsreihen merklich verschieden, so müßte der größeren Amplitude des Hauptminimums eine kleinere Amplitude des Nebenminimums gegenüberstehen. Der Unterschied scheint also auf verschiedener Skalenweite zu beruhen. Der Verfasser glaubte zunächst, er müßte seiner Helligkeitsskala mißtrauen, obwohl sie sorgfältig abgeleitet worden war. Bei den ziemlich langen Belichtungszeiten (20 bis 60 Minuten) kann die Gleichartigkeit der Bilder von Polsternen und von Sternen der Umgebung des Veränderlichen nicht mehr ganz verbürgt werden wegen ungenügender Berichtigung der Aufstellung des Instruments. Dagegen erschien die Skala von DUGAN, der ein Polarisationsphotometer verwendet hat, besser gesichert. Die eigene Beobachtungsreihe wurde deshalb zunächst auf die Skala von DUGAN umgerechnet und zusammen mit der Reihe von DUGAN weiter ausgewertet. Der Nullpunkt wurde nach den neuen Beobachtungen angesetzt.

Dann zeigte sich, daß wahrscheinlich die ursprüngliche Skala des Verfassers doch richtig ist, während DUGAN im Fall SX Cas seine Skala vielleicht entstellt haben könnte durch die empirischen Nullpunktkorrektionen. In Verbindung mit der photographischen Beobachtungsreihe von S. GAPOSCHKIN [1], die durch andere photographische Beobachtungen ([6], [7]) bestätigt wird, ergeben sich die in Tabelle 2 zusammengestellten Helligkeiten und Farbenindizes.

Tabelle 2. Helligkeiten und Farbenindizes von SX Cas in den Hauptphasen

	Normal-helligkeit	Min. I (G-Komp.)	Min. II	A-Komp.	G-Komp. in Min. II
	m	m	m	m	m
m_{vD}	8.745	9.718	9.022	9.314	10.586
m_{vG}	8.745	9.555	8.971	9.443	10.103
m_{pg}	9.547	10.722	9.620	9.996	10.954
FI_D	+0.802	+1.004	+0.598	+0.682	+0.368
FI_G	+0.802	+1.167	+0.649	+0.553	+0.851

Hier sind die visuellen Helligkeiten mit den Skalen von DUGAN und GÜNTHER mit m_{vD} und m_{vG} bezeichnet und die zugehörigen Farbenindizes mit FI_D und FI_G. Wegen der totalen Bedeckung der A-Komponente im Hauptminimum sind die unter Min. I angegebenen Helligkeiten und Farbenindizes gleichzeitig die Werte für die G-Komponente. Die Helligkeit der A-Komponente ist nicht direkt beobachtbar, sie kann aber aus der bekannten Gleichung zur Berechnung der Gesamthelligkeit eines Doppelsterns mit den Komponenten A und B abgeleitet werden.

$$m_{AB} = m_A - 2.5 \lg \left(1 + 10^{0.4\,(m_A - m_B)}\right). \qquad (1)$$

Ist die Helligkeit der A-Komponente gefunden, so kann Gleichung (I) zur Berechnung der Helligkeit der in der Mitte des Nebenminimums teilweise bedeckten G-Komponente dienen. Die Farbenindizes können durch Nullpunktfehler verfälscht sein, ihre Differenzen bleiben aber bei Nullpunktänderungen erhalten. Die Zweifel an der Richtigkeit der Skala von DUGAN ergeben sich aus dem unmöglichen Wert des FI der G-Komponente im Nebenminimum. Es läßt sich auf keine Weise erklären, wie die teilweise bedeckte G-Komponente blauer erscheinen könnte als die A-Komponente. Eine geringe Verkleinerung des FI im Nebenminimum könnte vielleicht der Mitwirkung reflektierten Lichts der A-Komponente zugeschrieben werden, falls sie sich bei genaueren photometrischen Untersuchungen als reell erweist. Die mit Verwendung der Skala des Verfassers abgeleiteten FI liegen zwar mindestens schon an der Grenze der wahrscheinlichen Werte, sie sind aber auf jeden Fall wesentlich besser als die FI, die mit der Skala von DUGAN erhalten wurden. Deshalb wurden vor der endgültigen Auswertung die Beobachtungen von DUGAN auf die Skala des Verfassers umgerechnet. Nach dieser Skalenkorrektion stimmen die Amplituden beider Minima der Lichtkurve überein. Die effektive Wellenlänge ist also für die beiden Beobachtungsreihen praktisch gleich.[1])

[1]) Im II. Teil dieser Arbeit wird gezeigt werden, daß es auch möglich ist, die Skala beider Beobachtungsreihen als richtig anzusehen und den Amplitudenunterschied mit einer Änderung der scheinbaren Helligkeit der A-Komponente zu erklären. Die zur Vereinigung der beiden Beobachtungsreihen vorgenommene Umrechnung hat dann nur formal den Charakter einer Skalenkorrektion.

Zum Nullpunkt der visuellen Helligkeiten ist noch eine Bemerkung zu machen. GAPOSCHKIN [1] hat die Helligkeit des von DUGAN benutzten Vergleichsterns im IP_v-System zu $10^m.12 \pm 0^m.06$ bestimmt. Damit ergibt sich die mittlere Maximalhelligkeit nach den Beobachtungen von DUGAN zu $8^m.57$. Die erwähnte Skalenkorrektion ändert die Maximalhelligkeit auf $8^m.85$. Wenn dieser Wert als richtig angenommen wird, sind alle FI der Tabelle 2 um $0^m.10$ zu verkleinern. Sie bleiben trotzdem etwas groß. (Die Annahme der Maximalhelligkeit von $8^m.57$ würde sogar eine Vergrößerung der FI um rund $0^m.18$ erfordern.) Falls auch photometrische Beobachtungen von höherer Genauigkeit und mit gut gesicherter Skala eine Rötung des Systems ergeben, so könnte diese — mindestens zum Teil — in den Gasmassen um die Komponenten ihren Ursprung haben.

4. Periode und Normalminimum

Nach der Umrechnung auf gleiche Skala lassen sich die Beobachtungen von DUGAN und vom Verfasser zu einer Lichtkurve vereinigen (Abb. 1). Die steilen Äste des Hauptminimums erlauben

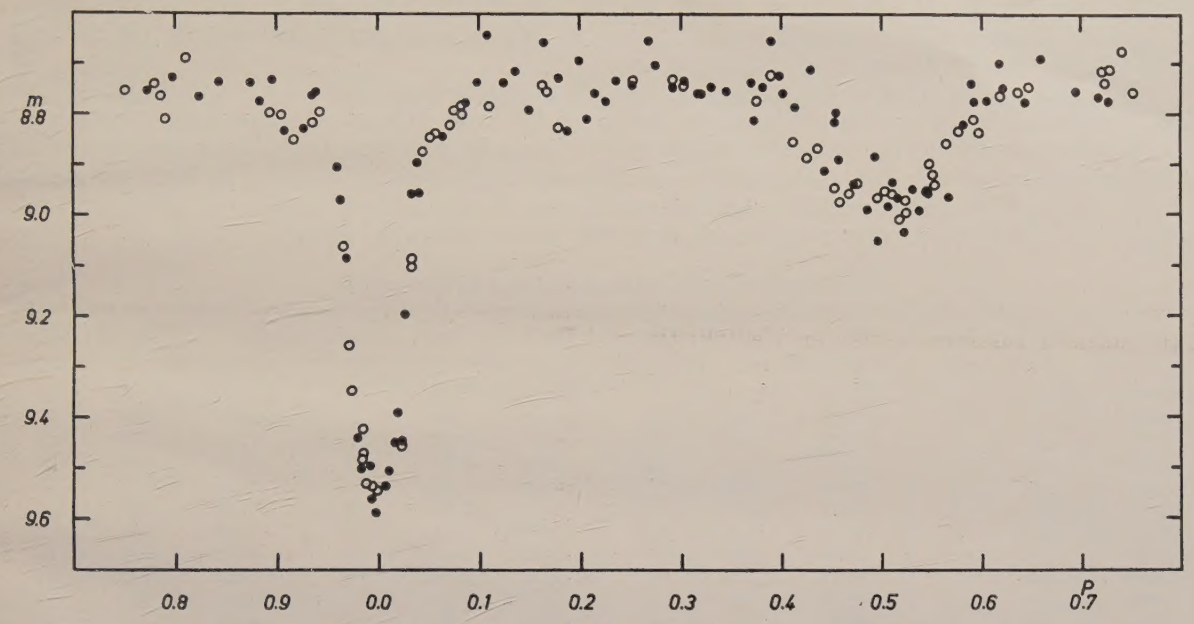

Abb. 1. Visuelle Normallichtkurve. ○ DUGAN, ● GÜNTHER

dabei eine Verbesserung der Periode. Eine befriedigende Übereinstimmung ergab sich mit der Periode $36^d.56732$ und einer Vergrößerung der Ausgangsepoche von DUGAN um $0^d.032$. Mit den Elementen für das Hauptminimum

$$t_{\min}\,(\mathrm{MaZGr}) = \mathrm{J.\,D.}\ 241\,7983^d.362 + 36^d.56732 \cdot E \qquad (2)$$

wird auch eine geringfügige Verbesserung in der Darstellung der von DUGAN aufgeführten älteren Minima erzielt. Als neue Ausgangsepoche könnte das Normalminimum gewählt werden, das etwa der Mitte der neuen Beobachtungen entspricht, nämlich J. D. 243 $3963^d.281$.

STRUVE [3] erwähnt, daß zur Zeit der spektrographischen Aufnahmen (Sommer 1943) keine gesicherte Abweichung gegen die Formel von DUGAN festzustellen war, höchstens eine Verfrühung der Phasen um $0^d.2$. Nach (2) wäre für den Sommer 1943 eine Verfrühung um $0^d.06$ zu erwarten. Die Beobachtungen geben bisher keinen Anlaß, eine Periodenänderung anzunehmen. Das muß betont werden, weil SX Cas zu den Systemen gehört, von deren Nebenkomponente fortlaufend Masse abströmt. In der letzten Zeit ist bei solchen Systemen von verschiedenen Autoren aus Periodenänderungen auf geringes Alter geschlossen worden. Diese Feststellungen sind mit Vorsicht aufzunehmen, weil die Periodenänderungen nicht so gesichert sind, daß sie eine weitgehende Extrapolation gestatten.

5. Die Lichtkurve

Die Streuung der Helligkeiten ist größer als bei anderen photometrischen Arbeiten des Verfassers. Daraus muß nicht unbedingt auf einen zusätzlichen physischen Lichtwechsel geschlossen werden, denn 1. sind bei den relativ langen Belichtungszeiten die Bilder durch Luftunruhe verwaschen und deshalb schwerer zu schätzen, 2. wurden zum Erreichen einer größeren Zahl von Beobachtungen

auch Aufnahmen bei nicht ganz klarem Himmel und in größeren Zenitdistanzen gemacht und 3. wurden Aufnahmen für andere Programme, bei denen SX Cas nicht im Plattenzentrum steht, mit herangezogen. Bei der Zusammenfassung der Beobachtungen zu Normalpunkten wurden die unter 3. genannten Aufnahmen mit halbem Gewicht verwendet, außerdem wurde auch den Aufnahmen mit besonders verwaschenen Bildern halbes Gewicht erteilt. Es wurden jeweils so viel Beobachtungen zusammengefaßt, daß das Gewicht des Normalpunkts 3 war oder, wenn das nicht möglich war, 2.5. Dieses Verfahren führt zwar nicht zu minimaler Streuung, es schließt aber die Gefahr aus, daß der Bearbeiter durch geeignete Gruppierungen die Normalpunkte dem von ihm vermuteten Verlauf der Lichtkurve anpaßt.

Es ist aber möglich, daß die größere Streuung doch zum Teil auf reellen Helligkeitsänderungen beruht. DUGAN hatte eine unerwartet große Streuung bei seinen Beobachtungen von SX Cas erhalten und deshalb zusätzlichen physischen Lichtwechsel angenommen. W. S. ADAMS und A. H. JOY [8] hatten auch bei ihren Radialgeschwindigkeitsmessungen unregelmäßige Änderungen gefunden.

Von einer ausführlichen Wiedergabe der Beobachtungen kann abgesehen werden, da für die Modellrechnungen des II. Teils dieser Arbeit sowieso eine Nachprüfung durch neue Beobachtungen von wesentlich höherer Genauigkeit erforderlich ist. In Tabelle 3 werden deshalb nur für die Normalpunkte Phase, Helligkeit und Gewicht angegeben.

Wie Abb. 1 zeigt, ist die Vereinigung der beiden Beobachtungsreihen zu einer überall genügend dicht besetzten Normallichtkurve durchaus möglich. Die von DUGAN angenommene theoretische Lichtkurve würde auch gegen diese Normallichtkurve die in der Einleitung erwähnten systematischen Abweichungen aufweisen. Zwischen den Phasen $0^{p}.12$ und $0^{p}.38$, sowie $0^{p}.62$ und $0^{p}.88$ kann die Helligkeit als konstant betrachtet werden. Im Nebenminimum ist die Helligkeit für etwa $0^{p}.08$ konstant, dagegen hat das Hauptminimum höchstens eine sehr kurze konstante Phase.

Tabelle 3. Normalpunkte für die Lichtkurve

Ph	*m*	Gew.	Ph	*m*	Gew.	Ph	*m*	Gew.	Ph	*m*	Gew.
$0^{p}.0060$	$9^{m}.537$	3	$0^{p}.2250$	$8^{m}.772$	2.5	$0^{p}.4574$	$8^{m}.890$	3	$0^{p}.7173$	$8^{m}.767$	3
.0099	.507	3	.2356	.733	3	.4725	.940	3	.7266	.774	2.5
.0156	.450	3	.2513	.742	2.5	.4858	.990	3	.7733	.754	2.5
.0208	.448	3	.2688	.656	2.5	.4930	8.884	2.5	.7981	.727	3
.0235	.390	3	.2749	.702	3	.4958	9.052	2.5	.8235	.767	3
.0263	9.197	3	.2920	.748	3	.5064	8.983	3	.8434	.738	2.5
.0330	8.960	3	.3029	.734	2.5	.5106	8.937	3	.8741	.742	2.5
.0402	.958	2.5	.3165	.760	2.5	.5164	8.967	3	.8829	.777	3
.0488	.897	3	.3197	.760	3	.5229	9.034	2.5	.8957	.732	2.5
.0629	.847	3	.3300	.747	3	.5310	8.950	2.5	.9075	.836	2.5
.0853	.780	3	.3446	.754	2.5	.5373	.993	3	.9260	.830	2.5
.0977	.738	3	.3700	.738	3	.5461	.957	3	.9349	.764	2.5
.1076	.654	2.5	.3747	.812	2.5	.5658	.964	2.5	.9377	.758	2.5
.1243	.740	2.5	.3808	.747	3	.5817	.822	3	.9589	.908	2.5
.1354	.716	2.5	.3900	.656	2.5	.5895	.740	2.5	.9622	8.972	3
.1492	.792	3	.3985	.726	2.5	.5921	.778	2.5	.9680	9.088	2.5
.1623	.660	3	.4017	.760	3	.6041	.774	2.5	.9785	.442	3
.1786	.730	3	.4133	.787	3	.6176	.700	3	.9825	.502	2.5
.1869	.834	2.5	.4297	.712	2.5	.6214	.750	2.5	.9906	.498	3
.1986	.695	3	.4427	.912	2.5	.6437	.778	2.5	.9931	.563	3
.2066	.810	3	.4531	.817	3	.6598	.690	3	0.9963	9.590	3
0.2149	8.760	3	0.4548	8.798	2.5	0.6946	8.756	2.5			

6. Bahnen der bewegten Gasmassen

1953 wurde vom Verfasser begonnen mit der Berechnung von Bahnen für die Gasmassen, die von der Nebenkomponente ausgehen [9]. In der Zwischenzeit sind viel umfangreichere Bahnrechnungen mit Verwendung elektronischer Rechengeräte bekannt geworden ([10], [11], [12]). Die Rechnungen des Verfassers entsprechen in ihrer Art den Rechnungen von N. L. GOULD [12]. Eine Veröffentlichung der Ergebnisse ist aber nicht überflüssig geworden, weil N. L. GOULD ihre Ausgangsannahmen (Massenverhältnis und Radien der Komponenten) den Verhältnissen im Algol-System angepaßt hat, während vom Verfasser eine genäherte Darstellung für SX Cas angestrebt wurde. Das ursprüngliche Ziel der Rechnungen war eine Prüfung der von O. STRUVE [13] zur Erklärung spektrographischer Beobachtungen geäußerten Vermutung, daß Protuberanzen bei einigen Systemen, vor allem UX Mon [14], vorwiegend von der vorangehenden Hemisphäre aufsteigen. Außerdem erschienen manche der von STRUVE nach den spektrographischen Beobachtungen schematisch gezeichneten Bahnen der bewegten Gasmassen himmelsmechanisch unmöglich.

Nach S. GAPOSCHKIN [1] wurde gleiche Masse für beide Komponenten angenommen. Damit bilden die Rechnungen auch eine kleine Ergänzung zu den umfangreichen an der Sternwarte Kopenhagen durchgeführten Bahnrechnungen [15]. Bei Beschränkung auf Bewegungen in der Bahnebene

haben die bekannten Differentialgleichungen des Dreikörperproblems in einem mitrotierenden Koordinatensystem mit dem Ursprung im Schwerpunkt des Systems, der Entfernungseinheit $a = 1$ und mit $P = 2\pi$ für das Massenverhältnis 1 die Form

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x} - 2\dot{y} &= U_x \\ \ddot{y} + 2\dot{x} &= U_y \end{aligned}\right\} \qquad \text{mit} \quad U = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1}{2r_1} + \frac{1}{2r_2}, \tag{3}$$

wobei

$$\begin{cases} r_1^2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 \\ r_2^2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 . \end{cases}$$

Zur Rechenkontrolle wurde das JACOBIsche Integral

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = x^2 + y^2 + r_1^{-1} + r_2^{-1} - K \tag{4}$$

verwendet.

Zuerst wurden Bahnen gerechnet für „Protuberanzen", die von verschiedenen Punkten des Äquators der Nebenkomponente mit gleicher Geschwindigkeit senkrecht aufsteigen. In Abb. 2 sind das die Bahnen 1, 2, 4, 7, 8 und 9. Nach STRUVE [3] entsprechen den Rändern der Emissionslinien

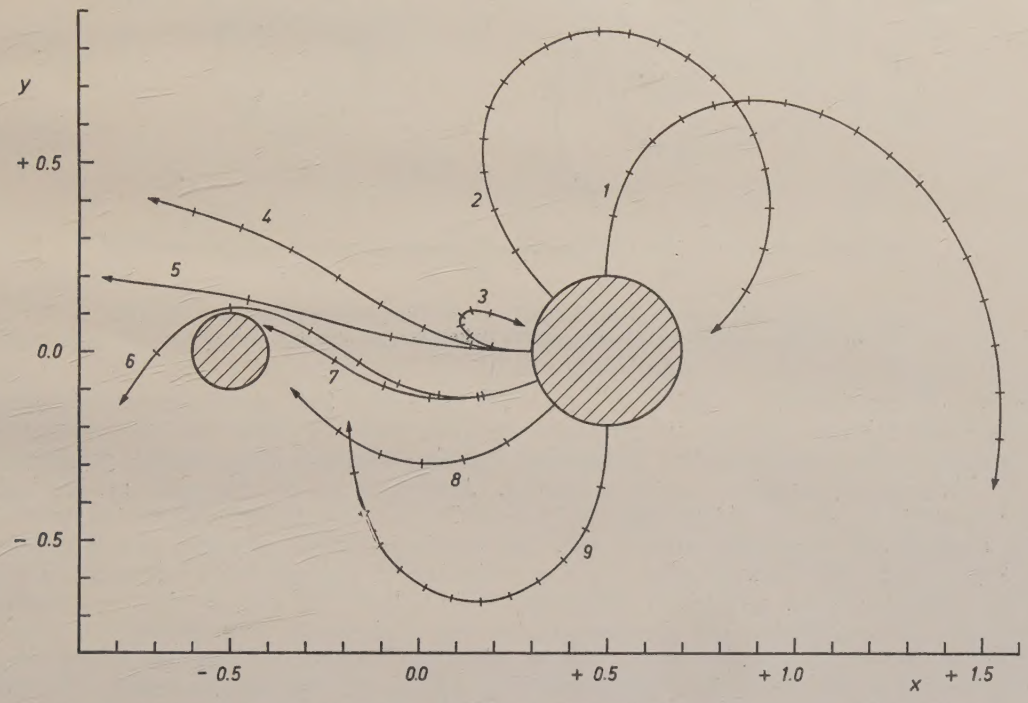

Abb. 2. Bahnen bewegter Gasmassen in einem Modell mit Komponenten von gleicher Masse. Mitrotierendes Koordinatensystem

Geschwindigkeiten von ± 220 km/sec. Die Anfangsgeschwindigkeit wurde deshalb so gewählt, daß sie nach Umrechnung mit der Periode und dem Komponentenabstand von SX Cas rund diesen Wert hat.

Dann wurden auch Bahnen mit anderen Anfangsgeschwindigkeiten gerechnet. Die Bahnen 3, 4 und 5 der Abb. 2 gehen vom gleichen Punkt in gleicher Richtung aus, ihre Anfangsgeschwindigkeiten verhalten sich wie 0.75 : 1 : 2. Die Anfangsgeschwindigkeiten der Bahnen 6 und 7 stehen im Verhältnis 0.95 : 1. Die Markierung der nach gleichen Zwischenzeiten (einheitlich für alle Bahnen) erreichten Örter durch kleine Striche vermittelt eine Vorstellung von der Änderung der Geschwindigkeit längs einer Bahn. Für die Verhältnisse des Systems SX Cas ($P = 36^d.56732$, $a = 2.74 \cdot 10^7$ km) ist das für die Abbildung gewählte Zeitintervall etwa $0^d.582$. Durch Abzählen der Intervalle lassen sich also die Zeiten abschätzen, die die Gasmassen zum Durchlaufen der in Abb. 2 dargestellten Bahnstücke brauchen. Für die beiden zur Nebenkomponente zurückkehrenden Bahnen sind diese Zeiten z. B. $12^d.22$ (Bahn 2) und $4^d.07$ (Bahn 3).

Für einen Vergleich mit Protuberanzen der Sonne muß noch bemerkt werden, daß der Durchmesser der Nebenkomponente in diesem vereinfachten Modell 7.9 ⊙ entspricht. (Der wahre Durchmesser ist noch größer.)

Bei den Bahnen 4, 5 und 6 wurde die Rechnung kurz nach Erreichen eines Wendepunkts der Bahnkurve abgebrochen. Um die Abbildung übersichtlich zu erhalten, wurden nicht alle gerechneten Bahnen eingetragen.

Der Radius der kleineren Komponente wurde von vornherein zu 0.1 angenommen. Er ist nicht wie bei den Rechnungen von Z. KOPAL ([10], [11]) durch technische Schwierigkeiten festgelegt. Eine weitere Annäherung an den Mittelpunkt der kleineren Komponente wäre möglich gewesen bei entsprechender Verkleinerung des Zeitintervalls für einen Integrationsschritt. Sie wurde aber nicht angestrebt, weil bei SX Cas der Radius der A-Komponente ≥ 0.1 ist (Abstand der Mittelpunkte der Komponenten $= 1$).

Bei der Suche nach einer Bahn mit vollständigem Umlauf um die kleinere Komponente wurde davon Gebrauch gemacht, daß die Gleichungen (3) auch für negative Werte der Zeit gültig sind. Um nach möglichst kurzer Probebahn entscheiden zu können, wie die Anfangsbedingungen abzuändern waren, wurde die Bahnrechnung im Punkt B (Abb. 3) begonnen. Es wäre ein reiner Zufall gewesen,

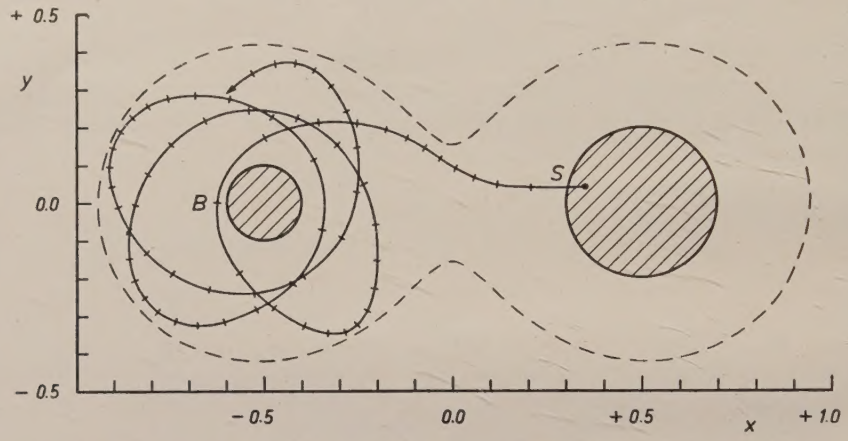

Abb. 3. Bahn mit mehrfachem Umlauf um die Hauptkomponente und Schnittkurve der zugehörigen Nullgeschwindigkeitsfläche mit der Bahnebene

wenn das von B aus rückwärts integrierte Bahnstück nach einer Zeit, die ein ganzzahliges Vielfaches des verwendeten Zeitintervalls ist, auf der angenommenen Oberfläche der Nebenkomponente geendet hätte. Deshalb hat es keine besondere Bedeutung, daß die gerechnete Bahn in Abb. 3 unter der Oberfläche der Nebenkomponente zu beginnen scheint. Außerdem ist die Tangente an die Bahnkurve im Schnittpunkt S der Kurve mit der Oberfläche keine Normale zur Oberfläche, wie es für die Kurven der Abb. 2 willkürlich festgesetzt worden war. Die Geschwindigkeit in S läßt sich interpolieren, sie beträgt 177 km/sec. Im Punkt B wird eine Geschwindigkeit von 258 km/sec erreicht. Die aus der Breite der Emissionslinien abgeleitete Höchstgeschwindigkeit ist, wie erwähnt, 220 km/sec. Mit Rücksicht auf die Unsicherheit der absoluten Größe von a, die in die Umrechnung der Geschwindigkeiten eingeht, ist der Unterschied gering. Es ist allerdings fraglich, ob man das als Beweis für eine gute Annäherung an die wirklichen Verhältnisse im System SX Cas ansehen darf.

Von den Umläufen um die kleinere Komponente wurden nur 3 vollständig berechnet. Es ist zu erwarten, daß bei genügend langer Fortsetzung der Integration die Bahn mit Aufsturz auf eine der beiden Komponenten enden würde. Das in Abb. 3 dargestellte Bahnstück wird in 40^d16 durchlaufen.

In Abb. 3 ist auch die Schnittkurve der zur Bahnkurve gehörenden Nullgeschwindigkeitsfläche mit der Bahnebene eingezeichnet. Sie ergibt sich aus Gleichung (4), wenn die linke Seite gleich Null gesetzt wird.

7. Vergleich der gerechneten Bahnen mit den spektrographischen Beobachtungen

Ein Vergleich der gerechneten Bahnen (Abb. 2 und 3) mit der Skizze des Systems SX Cas von STRUVE ([3] Fig. 3) ist dadurch etwas erschwert, daß STRUVE die Bahnebene von der anderen Seite aus betrachtet. Der Umlauf der Komponenten erfolgt bei ihm im Uhrzeigersinn. Zur Erleichterung des Vergleichs ist deshalb in Abb. 4 die Skizze von STRUVE so umgezeichnet worden, daß sie unmittelbar den Verhältnissen der vorhergehenden Abbildungen entspricht. Dabei wurden auch die von STRUVE eingetragenen Phasen in Bruchteile der Periode verwandelt, um die Beziehung zu Abb. 1 zu vereinfachen.

Beginnen wir mit dem Teil des Gasstroms, der nach außen abströmt (in Abb. 4 mit a bezeichnet), so ist er leicht mit Bahn 6 der Abb. 2 zu identifizieren. Eine weitere gerechnete Bahn dieses Typs ist in Abb. 2 weggelassen worden. Die kleinen nach außen gerichteten Pfeile repräsentieren nicht un-

mittelbar die Bewegung des Gasstroms, sie zeigen nur an, daß die nach außen gerichtete Radialgeschwindigkeitskomponente klein ist. Die Bahn 6 der Abb. 2 trägt auch zu den rasch bewegten, nach STRUVE heißen Gasmassen bei, die in Abb. 4 mit b bezeichnet sind. (Für Bahn 5, die ebenfalls dazu beitragen würde, war eine so hohe Anfangsgeschwindigkeit vorausgesetzt worden, daß sie wahrscheinlich nicht wirklich vorkommt.) In der Hauptsache gehören die bei b und c der Abb. 4 eingezeichneten Gasmassen wohl zu einem die A-Komponente umlaufenden Gasring nach Art der Abb. 3. Der bei d (Abb. 4) eingetragene Gasstrom geht nach den spektrographischen Beobachtungen von der G-Komponente aus. Im Verhältnis zu den Teilen b und c sind es kühlere Gasmassen. Das entsprechende Bahnstück ist in Abb. 3 leicht zu finden.

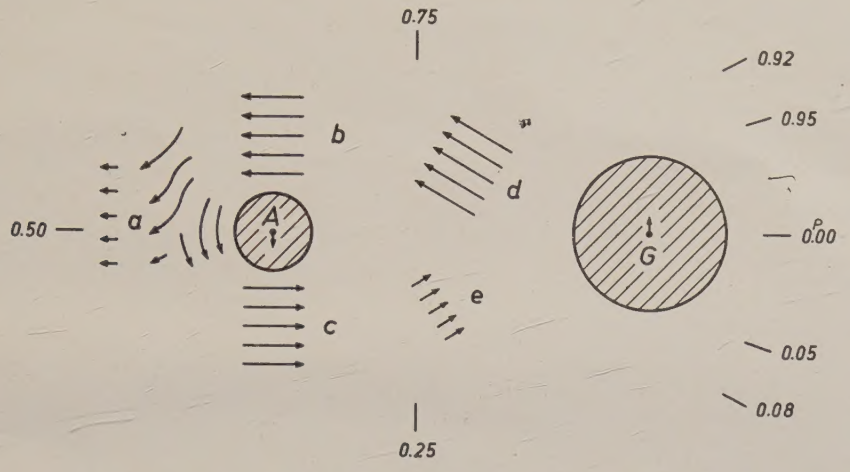

Abb. 4. Skizze der Gasströme im System SX Cas nach O. STRUVE

Für den nach STRUVE langsamen, heißen Gasstrom bei e (Abb. 4) ist in Abb. 3 kein Analogon zu finden. Eine Nachprüfung zeigt, daß die spektrographischen Beobachtungen nicht zur Annahme dieses Gasstroms zwingen. STRUVE hat wohl überlegt, daß die Gasmassen, die bei b um die A-Komponente gelaufen sind, irgendwie weiterströmen müssen. Er hat sie dann so eingetragen, daß die spektrographischen Beobachtungen nicht merklich geändert würden, wenn der Strom bei e vorhanden wäre.

Genau genommen enthält die Skizze von STRUVE sogar einen Widerspruch gegen die spektrographischen Beobachtungen. Wie STRUVE ausdrücklich feststellt, ändert sich die Breite der Emissionslinien während der ganzen Periode nicht merklich, wenn man von der Wirkung der teilweisen Bedeckung des Gasstroms um das Hauptminimum absieht. Nach Abb. 4 müßte aber um die Phasen bei 0^P25 die langwellige Komponente und um die Phasen bei 0^P75 die kurzwellige Komponente der Emissionslinien nahezu fehlen, denn bei d und e erzeugte Emissionen hätten nur eine kleine RG-Komponente. Hat man dagegen wie in Abb. 3 einen Gasstrom mit vollen Umläufen um die A-Komponente, so entspricht der spektrographische Befund voll den Erwartungen.

In Abb. 2 sind auch Bahnen eingetragen, die zur Erklärung des spektrographisch nachgewiesenen Gasstroms nicht beitragen (vor allem die Bahnen 1, 2 und 9). Wenn die Ausschleuderung von Gasmassen ein Vorgang ist, der sich mit der Protuberanzentätigkeit der Sonne vergleichen läßt, ist das Vorkommen solcher Bahnen nicht unwahrscheinlich. In den Phasen vor und nach dem Hauptminimum, in denen die A-Komponente durch den von solchen Bahnen eingenommenen Bereich hindurch beobachtet wird, wären zusätzliche Absorptionen zu erwarten, die aber wohl nur durch genaue spektralphotometrische Messungen nachgewiesen werden könnten.

Der Gasstrom, der die A-Komponente umläuft, wird in den Phasen um das Hauptminimum durch die G-Komponente teilweise bedeckt. STRUVE hat aus den Phasen des Anfangs und des Endes der Bedeckung die Breite des Gasstroms etwa gleich dem Durchmesser der A-Komponente geschätzt. Die in Abb. 3 eingetragene Schnittkurve der Nullgeschwindigkeitsfläche mit der Bahnebene als Begrenzung des Gasstroms läßt die doppelte Breite erwarten. Man könnte dazu einfach bemerken, daß die in Abb. 3 wiedergegebene Bahn nicht gerade für den Gasstrom repräsentativ zu sein braucht. Es läßt sich aber leicht überlegen, daß die von STRUVE geschätzte Breite eine untere Grenze darstellen muß. Die Umlaufgeschwindigkeit im Gasring nimmt mit wachsendem Abstand von der A-Komponente erheblich ab. Zuerst (und zuletzt) werden nur langsam umlaufende äußere Teile des Rings bedeckt. Die Schwächung betrifft also zunächst nur innerste Teile der breiten Emissionslinie, die durch den Absorptionskern verdeckt werden. Die Bedeckung muß schon einen größeren Teil des

Stroms unsichtbar machen, ehe sie durch bloße Inspektion der Spektrogramme zu erkennen ist. Die nach Z. KOPAL [16] sicher vorhandene Turbulenz modifiziert diese Überlegungen etwas zugunsten der STRUVEschen Schätzung, die aber doch jedenfalls eine untere Grenze darstellt.

Der Vergleich der gerechneten Bahnen mit den spektrographischen Beobachtungen hat gezeigt, daß das einfache Modell, in dem die Bewegung der Gasmassen nur unter der Wirkung der Anziehung beider Komponenten untersucht wurde, zur weitgehenden Erklärung der spektrographischen Beobachtungen geeignet ist. Volle Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtungen in allen Einzelheiten ist allerdings nicht zu erwarten, weil nach der zuletzt zitierten Arbeit von KOPAL [16] mit merklichem Einfluß von Magnetfeldern auf die Bahnbewegungen der Gasmassen gerechnet werden muß.

Literatur

[1] S. GAPOSCHKIN, The eclipsing system SX Cassiopeiae. Astrophys. J. **100**.221 (1944).
[2] R. S. DUGAN, Photometric researches. The variables SX Cassiopeiae, VW Cephei. Contrib. Princeton Univ. Obs. No. 13 (1933).
[3] O. STRUVE, The spectrum of SX Cassiopeiae. Astrophys. J. **99**.89 (1944) = Contrib. McDonald Obs. No. 84.
[4] O. GÜNTHER, Verbesserte Helligkeiten von 229 Sternen im System der RHP mit Beitrag zur Prüfung der Skala der RHP. Astron. Nachr. **280**.169 (1952) = Mitt. Münster Nr. 2.
[5] L. CAMPBELL, Comparison stars for 279 variables. Harvard Ann. **63**.147 (1913).
[6] B. P. GERASIMOVIČ, Light curve and orbit of SX Cassiopeiae. Harvard Bull. **852**.18 (1927).
[7] S. GAPOSCHKIN, The eclipsing variables. Harvard Ann. **113**.69 (1953).
[8] Annual reports of the director of Mount Wilson Obs. 1922, 1929.
[9] O. GÜNTHER, Bahnen bewegter Gasmassen in Doppelsternsystemen. Mitt. d. Astron. Ges. **1954**.23 (1955).
[10] Z. KOPAL, The instability of sub-giants in close binary systems. In Non-stable stars, Symposium No. 3 of the I. A. U. Cambridge 1957.
[11] Z. KOPAL, Evolutionary processes in close binary stars. Ann. d'Astrophys. **19**.298 (1956).
[12] N. L. GOULD, Free particles in close double star systems. Publ. Astron. Soc. Pac. **69**.541 (1957).
[13] O. STRUVE, Stellar evolution. Princeton 1950.
[14] O. STRUVE, The spectrum of the eclipsing binary UX Monocerotis. Astrophys. J. **106**.255 (1947) = Contrib. McDonald Obs. No. 138.
[15] E. STRÖMGREN, Unsere Kenntnisse über die Bewegungsformen im Dreikörperproblem. Ergebn. d. exakt. Naturwissensch. **4**.233 (1925).
[16] Z. KOPAL, The nature of gas streams in close binary systems. Astron. Nachr. **284**.169 (1958).

V/12/6 0,100